

# 基于平面格网的非量测 CCD 相机自标定

杨化超 邓喀中 张书毕 郭广礼

(中国矿业大学环境与测绘学院, 徐州 221008)

**摘要** 传统的相机标定方法通常需要建立复杂 3 维标定块或高精度 3 维控制场,在实际应用中受到了一定的限制。本文采用平面控制格网作为标定块,根据相机的理想模型确定内方位元素,利用 2 维直接线性变换和共线方程分解出相机的外方位元素初值,采用改进的 Hough 变换算法检测标定图像中的格网直线并利用最小二乘法拟合出最佳直线,通过求直线的交点得到标定格网点的像坐标。最后利用自检校光线束法平差进行相机的精确标定。实际图像数据实验结果表明,主点和焦距的标定精度分别达到了 0.2 像素和 0.3 像素左右。可以满足高精度近景 3 维量测的要求。

**关键词** 直接线性变换 共线方程 自检校光线束法平差 改进 Hough 变换

中图分类号: V52 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2007)04-0613-05

## Non-metric CCD Camera Self-Calibration Based on Planar Grids

YANG Hua-chao, DENG Ka-zhong, ZHANG Shu-bi, GUO Guang-li

(School of Environmental and Spatial Informatics in China University of Mining & Technology, Xuzhou 221008)

**Abstract** Traditional camera calibration method usually need make complicated 3D calibration block or construct 3D control fields with high precision. In order to avoid this tedious work, we proposed a camera calibration method using planar control grid. First, camera's initial values of intrinsic parameters are determined base on the perfect camera model and its extrinsic parameters using a 2D direct linear transformation and collinearity equations. Image coordinates of planar grid control points are detected using an improved Hough transformation algorithm and least squares fitting. Finally, camera calibration with high accuracy is conducted using bundle adjustment with self-calibration. Good results have been obtained with real image data calibration and demonstrate the method we proposed in this paper is feasible. Calibration precision of principle point and focal length is about 0.2 and 0.3 pixels respectively, which can meet the precision requirements of close-range photogrammetry with high accuracy.

**Keywords** direct linear transformation, collinearity equation, bundle adjustment with self-calibration, improved Hough transformation

## 1 引言

数字近景摄影测量和计算机视觉的基本任务之一是从相机获取的图像信息出发计算 3 维空间中物体的几何信息,并由此重建和识别物体,而空间物体表面某点的 3 维几何位置与其在图像中对应点之间的相互关系是由相机成像的几何模型决定的,这些

几何模型参数就是相机参数。在大多数条件下这些参数必须通过实验与计算才能得到,这个过程称为相机标定。对于日益广泛使用的非量测 CCD 相机来说,标定是从 2 维图像获取 3 维信息必不可少的步骤。随着数字摄影测量和计算机视觉理论的发展,许多学者对相机标定技术进行了深入的研究<sup>[1-7]</sup>,基于不同的出发点和思路取得了一系列成果。

收稿日期:2006-02-27;改回日期:2006-04-10

第一作者简介:杨化超(1977~),男,讲师。现为中国矿业大学环境与测绘学院大地测量学与测量工程专业博士研究生。主要研究方向为摄影测量与遥感、地理信息系统。已发表论文 20 余篇。E-mail:huachao-yang@163.com

Tsai<sup>[1]</sup>提出的基于 RAC (radial alignment constraint) 的两步法相机标定,能不使用优化技术,只求解线性方程组即可。但由于两步法仅考虑有径向畸变的情况,因此在像素分辨率较高时,相应的运算精度就显得比较低了。Triggs<sup>[2]</sup>提出利用绝对二次曲线原理进行相机标定,但该方法的初始化比较困难。张正友提出了利用旋转矩阵的正交性条件和非线性最优化进行相机标定,其标定精度为 0.35 像素左右<sup>[3]</sup>。张永军提出利用 2 维直接线性变换 (direct linear transformation, DLT) 结合光束法平差进行摄像机标定的算法<sup>[4]</sup>。取得了很好的结果,但标定时应注意相机内方位元素分解不唯一性的临界序列问题。

本文提出另一种简便易行的利用 2 维 DLT 和光束法平差进行相机标定的方法。该方法采用平面控制格网作为标定块,相机的内方位元素采用理想值,即主点坐标近似图像中心,纵横比近似为 1。在此基础上,利用 2 维 DLT 的 8 个变换系数和共线方程分解出相机的外方位元素初值。利用改进的 Hough 变换算法自动识别和提取网格线并进行最小二乘直线拟合,格网点的像坐标通过求直线的交点得到。最后结合严密的自检校光束法平差进行相机的精确标定。实验结果表明,该方法计算简单,方便易行,精度较高,标定格网制作简单,格网点便于自动识别和量测。

## 2 相机的内外方位元素初值

2 维 DLT 可表示为<sup>[8]</sup>

$$\begin{cases} x = \frac{L_1 X + L_2 Y + L_3}{L_7 X + L_8 Y + 1} \\ y = \frac{L_4 X + L_5 Y + L_6}{L_7 X + L_8 Y + 1} \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $L_i (i=1, 2, \dots, 8)$  为 2 维 DLT 的 8 个变换参数;  $X, Y$  为平面控制 (格网) 点坐标 ( $Z$  坐标为 0);  $x, y$  为相应的像坐标。当像片点数多于 4 个时,可将式 (1) 线性化平差计算 2 维 DLT 的 8 个变换参数。

式 (1) 的齐次矩阵变换的形式为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 \\ L_4 & L_5 & L_6 \\ L_7 & L_8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

摄影测量中共线方程最常用的形式为<sup>[8]</sup>

$$\begin{cases} x - x_0 = -f_x \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(-Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(-Z_s)} \\ y - y_0 = -f_y \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(-Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(-Z_s)} \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $x_0, y_0, f$  为像机的内方位元素;  $X_s, Y_s, Z_s$  为摄站点坐标;  $X, Y, Z$  为物方空间坐标;  $x, y$  为相应的像点坐标。  $\mathbf{R} = \{a_i, b_i, c_i, i=1, 2, 3\}$  为摄影测量中常用的旋转角  $\varphi, \omega, \kappa$  ( $Y$  为轴) 构成的旋转矩阵<sup>[8]</sup>。

$f_x, f_y$  分别为图像  $x$  轴和  $y$  轴两个方向上的焦距,两者之比称为纵横比。随着相机硬件技术的发展,某些内方位元素已经非常接近理想值 (如主点坐标近似图像中心,纵横比近似为 1),在精度要求不是很高的场合,可以考虑采用这些理想值<sup>[9]</sup>。不考虑相机畸变,纵横比为 1 的 CCD 相机,即方形像素相机,有  $f_x$  与  $f_y$  相等。

对于平面格网而言,  $X, Y$  轴一般在平面 (格网) 内,所有物 (格网) 点的  $Z$  坐标为 0,此时可将共线方程表达为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0/f \\ 0 & 1 & y_0/f \\ 0 & 0 & -1/f \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & -(a_1 X_s + b_1 Y_s + c_1 Z_s) \\ a_2 & b_2 & -(a_2 X_s + b_2 Y_s + c_2 Z_s) \\ a_3 & b_3 & -(a_3 X_s + b_3 Y_s + c_3 Z_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中,  $\lambda$  为比例因子;  $f$  为图像  $x$  轴和  $y$  轴两个方向上的焦距。采用相机的理想值,则相机的内方位元素为已知,  $f$  为相机焦距的名义值,此时,  $f_x = f_y = f$ 。则式 (4) 按矩阵的初等变换和因式分解原理得到:

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0/f \\ 0 & 1 & y_0/f \\ 0 & 0 & -1/f \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} L_1 & L_2 \\ L_4 & L_5 \\ L_7 & L_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (L_1 + x_0 L_7)/\lambda & (L_2 + x_0 L_8)/\lambda \\ (L_4 + y_0 L_7)/\lambda & (L_5 + y_0 L_8)/\lambda \\ -f L_7/\lambda & -f L_8/\lambda \end{bmatrix} \quad (5)$$

由旋转矩阵的特性知  $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$ , 根据式 (5) 中矩阵元素之间的对应关系,则可以求出比例因子  $\lambda$ , 继而确定旋转矩阵元素  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2$ , 而  $c_1, c_2, c_3$  由旋转矩阵的正交性确定。由  $\tan(\kappa) = b_1/b_2, -\sin(\omega) = b_3, \tan(\varphi) = -a_3/c_3 = -a_3/(a_1 b_2 - a_2 b_1)$ , 则可以分别求出外方位元素  $\kappa, \omega, \varphi$ 。

旋转矩阵确定以后,可将式 (3) 改写为线性化的形式,则相机外方位元素的初值可以利用至少 3 个控制点通过解线性方程组得到。

### 3 利用 Hough 变换提取网格线

格网点像坐标的量测精度对相机标定精度有着决定性的影响。针对标定格网的特点,首先用改进的 Hough 变换自动识别和提取网格直线段并进行最小二乘直线拟合。格网点的像坐标通过求拟合直线的交点得到。

#### 3.1 改进的 Hough 变换算法

Hough 变换具有明了的几何解析性,其突出特点是抗干扰能力强,对被检测图像的噪声不敏感,但 Hough 变换也存在着局限性:一是由于实际计算时所考虑的  $\theta$  值及  $r$  值是离散的,某条直线  $(r_1, \theta_1)$  的部分像素有可能也同时被认为是与它成一微小夹角的一直线  $(r_2, \theta_2)$  上的点,特别是  $r, \theta$  值的间隔稍大时,这样重复计算出的直线会更多;二是它只能检测出图像中某条直线的存在,但不能指出它的起始点及长度,而在直线检测的实际应用中,这些参数是非常必要的;三是由于参数坐标下  $(r, \theta)$  均为离散值,相应地提取的直线参数也为离散值,因而提取的直线精度较差<sup>[10]</sup>。

针对以上问题,对传统的 Hough 变换方法进行改进,由于制作的标定格网其网格线之间均平行排列且间距为已知。因此,在 Hough 变换时,根据标定格网的这些特征在 Hough 变换参数空间选择合适的极大值邻域清零范围,即可有效地解决局限性 1。

针对局限性 2 提出的 Hough 变换不能检测直线段的缺点,提出了两次 Hough 变换法,将 Hough 变换的投票过程和直线段的检测过程同时进行。首先对构成网格线的前景像素点进行 Hough 变换,找到参数空间矩阵  $H[r_i][\theta_i]$  中的最大值。若该最大值大于给定的阈值,则记录下原点到极值点所对应的直线的距离  $r_m$  及角度  $\theta_m$ ,然后按式  $r_k = x_i \cos(\theta_m) + y_i \sin(\theta_m)$  进行变换,统计  $r_k = r_m$  的像素点个数及各像素点的坐标。即可检测到与参数  $(r_m, \theta_m)$  对应的一条直线段。

针对局限性 3 提出的直线段精度差的现象,用最小二乘法拟合直线来修正 Hough 变换提取出的直线。用该方法求得的拟合直线满足所有输入点到直线的垂直距离的平方和最小,从而提高了直线提取的精度。

设由参数空间找到计数最多的直线为  $(\max r, \max \theta)$ ,首先找到距离提取直线小于 3 个像素的所

有点,设它们为  $x_i, y_i$ ,且满足  $|x_i \cdot \cos(\max \theta) + y_i \cdot \sin(\max \theta) - \max r| < 3$ ,然后将这些点与直线  $(\max r, \max \theta)$  上的点一起进行最小二乘直线拟合,设这些点的个数为  $n$ ,拟合的直线方程为  $y = kx + b$ ,则

$$k = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (6)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (7)$$

### 4 利用光束法平差进行相机标定

利用上述算法确定相机的内外方位元素初值和格网点的像坐标后,即可用摄影测量中常用的光束法平差进行迭代运算以进行相机的精确标定。由于非量测数字相机镜头一般存在畸变,标定时需求定畸变参数,引入畸变差后的共线方程为<sup>[8]</sup>

$$\begin{cases} x + \Delta x = x_0 - f_x \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y + \Delta y = y_0 - f_y \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $f_x, f_y$  分别  $x, y$  两个方向上的焦距,假设其有效值可能不相等;  $\Delta x, \Delta y$  为像点坐标的变形改正值。像点坐标的变形改正可用下式来表达<sup>[8]</sup>:

$$\Delta x = x'(K_1 r^2 + K_2 r^4) + P_1(r^2 + 2x'^2) + 2P_2 x' y' \quad (9)$$

$$\Delta y = y'(K_1 r^2 + K_2 r^4) + 2P_1 x' y' + P_2(r^2 + 2y'^2)$$

其中,  $x' = x - x_0, y' = y - y_0, r^2 = x'^2 + y'^2, K_1, K_2$  为径向畸变(radial distortion)改正系数,  $P_1, P_2$  为偏心(decentering distortion)畸变改正系数。用泰勒级数将式(8)线性化即可得到用于相机标定的误差方程式。误差方程式各项系数参见文献[8]。

### 5 实验结果与分析

对于本文提出的相机标定算法,通过一组实际图像在 Windows 平台上用 VC++ 6.0 编程进行了实验。平面标定格网大小约为  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$ ,共有 225 个设计格网点,格网点的设计坐标精度约为

0.1mm 左右。实验使用 Sony DSC F717 型数码相机,像幅为  $2560 \times 1920$ 。像素尺寸为  $3\mu\text{m} \times 3\mu\text{m}$ 。实验时,相机焦距的名义值为  $f = 7.8\text{mm}$  (约等于 2600 像素),从 4 个摄站上,每摄站使用不同的旋转角度拍摄两次,共拍摄了标定格网的 8 张像片。

利用 Hough 变换检测标定图像中的格网直线并利用最小二乘法拟合出最佳直线,格网点的像坐标通过求直线的交点得到,精度高于 0.3 像素。采

用严密的自检校光束法平差模型时,将格网点的设计坐标作为未知数进行平差,以精确求解相机参数及格网点空间坐标。利用严密的自检校光束法平差后的单位权中误差为 0.09 像素。内方位元素的检校值及其实际精度(平差结果中给出的未知数中误差)如表 1 所示,其中  $x_0, y_0$  为主点位置,  $f_x, f_y$  为两个方向上的焦距,单位均为像素。  $K_1, K_2$  为径向畸变改正系数,  $P_1, P_2$  为切向畸变改正系数。

表 1 相机标定结果/像素

Tab. 1 Results of camera calibration/pixel

项目	$x_0$	$y_0$	$f_x$	$f_y$	$K_1$	$K_2$	$P_1$	$P_2$
检校值	1285.449	958.749	2641.603	2637.518	$-2.63 \times 10^{-8}$	$3.24 \times 10^{-15}$	$-4.13 \times 10^{-7}$	$2.43 \times 10^{-7}$
中误差	0.198	0.183	0.289	0.301	0.315	0.186	0.240	0.197

由表 1 可以看出,该数码相机的主点接近像片中心,在  $x, y$  两个方向上分别约为 5 个像素和 2 个像素的偏差,且标定精度在 0.2 像素以内。焦距有约 0.1mm 的畸变,其标定精度为 0.3 像素左右。由此可见,内方位元素的标定精度均达到了子像素级的精度。完全可以满足高精度近景 3 维量测的要求。

物镜畸变大小是镜头加工质量的主要标志,将表 1 中的畸变参数代入式(9)可知,像幅内的最大畸变差约为 5 个像素,可见该相机的镜头畸变较为明显。图 1 为实验采集的一幅原始图像,在网格边缘处能明显看到有畸变。图 2 是用标定参数对其进行修正后的无像差图像,可以看出,校正后的图像的直线特征要好很多。这也说明了相机标定的重要性。

为了检验标定结果的实际精度,利用标定得到的内外方位元素及自检校光束法平差后的格网点空

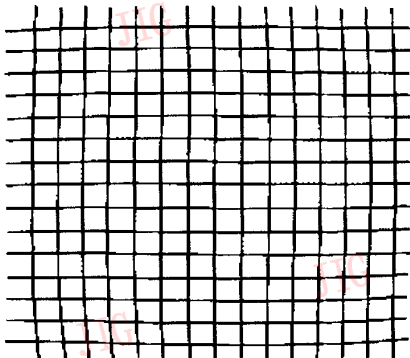


图 1 摄得的标定格网图像

Fig. 1 Captured calibration grid image

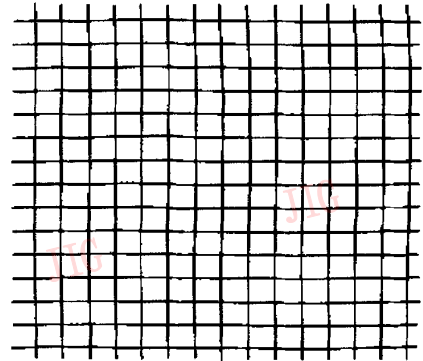


图 2 校正后的网格图像

Fig. 2 Correctified grid image

间坐标对每张像片都进行了投影,并将格网点的投影值与像片上通过直线求交点得到的观测值求差,每张像片中二者差值的中误差也都在 0.3 像素以下。

为了全面评价本文提出的相机标定算法,利用文献[3]提供的测试数据进行实验。文献[3]采用 PULNiX 数字相机对平面标定块 ( $17\text{cm} \times 17\text{cm}$ ) 从不同角度拍摄了 5 张影像。每张像片有 256 个角点。表 2 是本文算法和文献[3]算法标定结果的比较。

由表 2 可以看出,主点和焦距都有 2~3 像素的变化,但主点和焦距的标定精度却很大改善。原因在于文献[3]算法中的标定参数是通过非线性最优化逐步获得的,而本文算法中的标定参数是利用严密的自检校光束法平差整体解求的,其标定结果的精度无疑会有所提高。同时,像片点观测值和根据

表2 文献[3]算法与本文算法的结果比较

Tab.2 Results Comparison between algorithm proposed in literature[3] and ours

单位:pixel

	$x_0$	$y_0$	$f_x$	$f_y$	$mx_0$	$my_0$	$mf_x$	$mf_y$
文献[3]算法	303.96	206.59	832.50	832.53	0.71	0.66	1.41	1.38
本文算法	305.83	203.76	835.43	835.26	0.43	0.28	0.69	0.40

非线性优化后的内外方位元素及控制点的坐标进行投影后得到的投影点之间的偏差中误差为 0.335 像素<sup>[3]</sup>。为了比较,利用本文所述标定算法得到的内外方位元素及平差后的格网点空间坐标对每张像片都进行了投影,并将投影值与文献[3]提供的观测值求差,结果每张像片差值的中误差也都在 0.2 像素左右。

## 6 结论

提出利用 2 维 DLT 结合自检校光束法平差进行 CCD 相机标定的算法。在首先确定内方位元素初值的情况下推导了利用 2 维 DLT 和共线方程分解出相机外方位元素的实用算法,并结合自检校光束法平差进行相机的精确标定。

由于利用本算法提供的内外方位元素初值较为合理,在利用光束法平差迭代计算时收敛速度较快。

理论分析和实验结果表明:本文提出的相机标定算法是正确的和可行的。标定精度较高,主点和焦距的标定精度分别达到了 0.2 和 0.3 像素左右,能够满足高精度近景 3 维量测的要求。

标定格网制作简单,格网点便于自动识别和量测。

**致谢** 本文得到中国矿业大学青年科研基金项目(2005A030)的资助,在此表示感谢。

## 参考文献(References)

1 Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3-D machine metrology using off-the-shelf TV cameras and lens[J].

IEEE Journal on Robotics and Automation, 1987, RA-3(4): 323 ~ 344.

2 Triggs B. Autocalibration from planar scenes[A]. In: Proceedings of 5th European Conference on Computer Vision [C], Freiburg, Germany, 1998: 89 ~ 105.

3 Zhang Zheng-you. A flexible new technique for camera calibration [CP/OL], <http://research.microsoft.com/~zhang/Calib>.

4 Zhang Yong-jun, Zhang Zu-xun, Zhang Jian-qing. Camera calibration using 2D-DLT and bundle adjustment[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2002, 27(6): 566 ~ 571.

[张永军,张祖勋,张剑清. 利用二维 DLT 及光束法平差进行数字摄像机标定[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2002, 27(6): 566 ~ 571.]

5 Qiu Mao-lin. Overview of camera calibration for computer vision[J]. Acta Automatic Sinica, 2000, 26(1): 43 ~ 55. [邱茂林. 计算机视觉中摄像机定标综述[J]. 自动化学报, 2000, 26(1): 43 ~ 55.]

6 Frobin W, Hierholzer E. Calibration and model reconstruction in analytical close-range stereophotogrammetry[J]. PE & RS, 1982, 48(1): 67 ~ 72.

7 Cerveri P, Borghese N A. Complete calibration of a stereo photogrammetric system through control points of unknown coordinates [J]. J Biomechanics, 1998, 31(10): 935 ~ 940.

8 Feng Wen-hao. Close-rang Photogrammetry [M], Wuhan: Wuhan University Publishing Press, 2002. [冯文灏著. 近景摄影测量 [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002.]

9 Yang Min, Shen Chun-lin. Uncalibrated two-views 3D reconstruction based on geometric constraints in scene [J]. Journal of Images and Graphics, 2003, 8(8): 872 ~ 875. [杨敏,沈春林. 基于场景几何约束未标定两视图的三维模型重建[J]. 中国图象图形学报, 2003, 8(8): 872 ~ 875.]

10 Liu Guo-yi, Du Wei, Li Hua. Automatic extracting feature lines from soccer video sequences [J]. Journal of Computer - aided Design & Computer Graphics, 2003, 15(7): 870 ~ 874. [刘国翌,杜威,李华. 足球场地标志线的自动提取[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003, 15(7): 870 ~ 874.]